Évaluation de mathématiques, première partie — Correction

Exercice 1. —

$$A = 5 - \frac{4}{3} = \frac{15}{3} - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}\ ;$$

$$B = 5 \times \frac{2}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 2 \times 3}{7 \times 2 \times 2} = \frac{15}{14}\ ;$$

$$C = \frac{7}{6} \div \frac{6}{5} = \frac{7}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{35}{36}\ ;$$

> **Commentaires:**
>
> On rappelle que $a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$ et non pas $\frac{ab}{ac}$ qui se simplifierait immédiatement en $\frac{b}{c}$.

Exercice 2. —

a) $3\,500\,000 = 3,5 \times 10^6$;

b) $5,2 \times 10^{-4} = 0,00052$;

c) $720 \times 10^{-12} = 7,2 \times 10^2 \times 10^{-12} = 7,2 \times 10^{2-12} = 7,2 \times 10^{-10}$;

d) $\dfrac{10^7 \times 10^{-5}}{10^4} = 10^{7-5-4} = 10^{-2}$.

Exercice 3. —

a) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times \left(\sqrt{5}\right)^2 = 6 \times 5 = 30$;

> **Commentaires:**
>
> La réponse (fausse) la plus souvent rencontrée était $6\sqrt{5}$, les élèves en question ayant probablement confondu avec une distributivité…
> La distributivité intervient lorsqu'on a un mélange d'additions et de multiplications par exemple, pas lorsqu'il n'y a que des multiplications.

b) $\left(4\sqrt{3}\right)^2 = 4^2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2 = 16 \times 3 = 48$;

c) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$;

d) $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$;

> **Commentaires:**
>
> Une erreur hélas trop courante consiste à *« simplifier »* $\sqrt{a^2 - b^2}$ en $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$, puis enfin en $a - b$ (ce qui donne la réponse fausse 2 du tableau).
> Or, **on ne peut jamais décomposer la racine d'une différence en la différence des racines**. Cette règle reste aussi valable pour les sommes.
> Autrement dit : $\sqrt{A \pm B} \neq \sqrt{A} \pm \sqrt{B}$ (sauf si $A = 0$ ou $B = 0$).

e) La racine carrée d'un nombre négatif n'est pas définie. Il n'existe donc aucun réel x tel que $x^2 = -36$.

Exercice 4. —

a) $(4x + 3)(x + 2) = 4x^2 + 8x + 3x + 6 = 4x^2 + 11x + 6$

b) $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$.

Exercice 5. —

a) $25x - 15 = 5(5x - 3)$;

b) $16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2 = (4x - 3)(4x + 3)$;

c) $(x+2)^2 + (x+2)(7x-1) = (x+2)\Big[(x+2) + (7x-1)\Big] = (x+2)(8x+1)$.

Exercice 6. —

a) $3x - 4 = 7 \iff 3x = 7 + 4 = 11 \iff x = \frac{11}{3}$.
L'ensemble des solutions est donc $\mathscr{S} = \left\{\frac{11}{3}\right\}$.

b) $11x = 0 \iff x = \frac{0}{11} = 0$.
L'ensemble des solutions est donc $\mathscr{S} = \{0\}$.
On pouvait aussi remarquer que $11x = 0$ est une équation produit. Comme $11 \neq 0$, on a alors nécessairement $x = 0$.

c) L'équation $(4 - x)(2x + 1) = 0$ est une équation produit. Elle équivaut donc à $4 - x = 0$ ou $2x + 1 = 0$, c'est-à-dire $x = 4$ ou $x = -\frac{1}{2}$.
L'ensemble des solutions est donc $\mathscr{S} = \left\{-\frac{1}{2};\ 4\right\}$.

d) Même si on ne sait pas résoudre (en début de seconde) l'équation $x^2 - x - 6 = 0$, on peut vérifier pour chacun des nombres proposés s'il est une solution ou pas :

- $(-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$;
- $6^2 - 6 - 6 = 36 - 12 = 24$;
- $4^2 - 4 - 6 = 16 - 10 = 6$;
- $3^2 - 3 - 6 = 9 - 9 = 0$;

On en déduit que -2 et 3 sont les seuls nombres proposés à être solution de l'équation.

> **Commentaires:**
>
> Une telle équation ne peut pas avoir plus de deux solutions, mais cela n'est pas évident à démontrer en début de seconde.

Exercice 7. —

- Le problème 1 se traduit par l'équation $x - 3 = \dfrac{x}{2}$.
- Le problème 2 se traduit par un système de deux équations à deux inconnues (qu'il faut préciser).
On note par exemple x et y les prix respectifs d'une pizza et d'un jus de fruit. Le système à résoudre est alors :

$$\begin{cases} 2x + 4y = 11 \\ 5x + 3y = 44 \end{cases}$$

> **Commentaires:**
>
> Il ne fallait en aucun cas tenter de résoudre les problèmes proposés, mais simplement les mettre en équation (comme le demandait la consigne).
> Une solution correcte de l'un deux sans la mise en équation est donc considérée comme une réponse fausse. Il faut toujours bien lire les consignes.